

MATEMÁTICAS EN LA INGENIERÍA: EL CÁLCULO INFINITESIMAL DURANTE LA 2ª MITAD DEL SIGLO XIX

Guillermo Lusa Monforte
Universitat Politècnica de Catalunya

1. MATEMÁTICAS E INGENIERÍA

La evolución de la enseñanza de las Matemáticas en la carrera de Ingeniería Industrial presenta un doble interés para el historiador de la Ciencia y de la Técnica: por un lado constituye un objeto natural de estudio para la Historia de las Matemáticas y para la de la educación técnica. Por otro es un valioso indicador del equilibrio entre los dos elementos antitéticos que aparecen como fundacionalmente constituyentes en 1850 de los rasgos propios de la profesión: "teoricismo" (necesidad de dar un fundamento científico a las artes industriales) y "practicismo" (exigencia de mantener el contacto con la realidad de las aplicaciones).

En el momento de creación de la carrera aparece una especie de "dialéctica primitiva", que dará lugar a una permanente tensión interna, cuyos elementos antitéticos están constituidos por dos mandatos opuestos. Por un lado se trata de aplicar la ciencia a la industria, barriendo de la escena a la "ciega rutina" y al "vano empirismo",¹ lo cual exige dotar a las enseñanzas industriales de un elevado nivel científico. Pero por otro lado hay que mantener el contacto fecundo con la técnica y con la industria, ya que "hay que formar los directores de las fábricas y talleres, y los constructores mecánicos teórico-prácticos de instrumentos, modelos, máquinas y artefactos",² evitando caer en el error de formar "ingenieros de frac, levita y corbatín".³ A lo largo de los años de existencia de la carrera, cuando los Ingenieros

¹ Preámbulo del Real Decreto de 20 de mayo de 1855, que establece el plan orgánico de los estudios de Ingeniería Industrial.

² Real Decreto de 20 de mayo de 1855.

³ A raíz de las discusiones Madrid-Barcelona acerca del otorgamiento del carácter superior a la Escuela Industrial Barcelonesa la *Revista Industrial*, órgano de la Junta de Fábricas de Cataluña, dedicó varios artículos a analizar el estado de las enseñanzas industriales, y a criticar ferozmente el excesivo teoricismo e ignorancia práctica del profesorado del Real Instituto Industrial de Madrid. Ahí aparecen las expresiones "ingenieros de gabinete", "ingenieros de

Industriales (profesores, dirigentes de la Asociación o profesionales de la industria) se han interrogado acerca de la formación del ingeniero han debido examinar el estado de equilibrio entre esas dos fuerzas opuestas, el "teoricismo" y el "practicismo". Pues bien, mi hipótesis fundamental consiste en *otorgar a las Matemáticas un papel primordial como indicador de esa correlación de fuerzas*. Así ha aparecido una "polémica de las Matemáticas en la Ingeniería":

- * ¿Cuáles y cuántas matemáticas? ("Matemáticas" frente a "Matemáticas del Ingeniero").
- * ¿Con qué carácter deben impartirse? ("Herramienta" frente a "Disciplina mental").
- * ¿En qué lugar y momento? ("Antes del ingreso, en preparación privada o en la Facultad de Ciencias" frente a "Dentro de la Escuela").
- * ¿Quién debe explicarlas? ("Matemáticos" o "Ingenieros").

Estas discusiones venían muchas veces suscitadas o estimuladas por cuestiones que tenían que ver con problemas de tipo político, económico o social, trascendiendo el marco académico en el que parecían originarse.⁴

El presente trabajo responde predominantemente al primero de los dos objetivos señalados al comienzo: se trata de estudiar la enseñanza de lo que hoy llamamos Cálculo Infinitesimal (como veremos, algunos de los temas que hoy caen en este ámbito aparecían en asignaturas denominadas de otro modo) en la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona, entre 1851 (año de fundación de la Escuela) y 1902 (año en que se produce un cambio significativo en el Plan de Estudios).

2. LOS PROGRAMAS DE CÁLCULO INFINITESIMAL EN LA ESCUELA DE INGENIEROS INDUSTRIALES DE BARCELONA (1851-1902)

La carrera de Ingeniería Industrial se crea en España por R.D. de 4/9/1850. La enseñanza comprende tres niveles : elemental, de ampliación y superior. El Cálculo Infinitesimal se cursa en la asignatura *Geometría analítica y Cálculo*

levita y corbatín" y otras semejantes. Véase LUSA (1994a).

⁴ He recogido abundantes muestras de esta polémica en LUSA (1975), pp. 515-542, y en LUSA (1985, 1987 y 1994a y b).

infinitesimal del primer curso de la Enseñanza de Ampliación (4,5 horas por semana).⁵

La Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona, que abre sus puertas el 1/10/1851, es la única Escuela de Ingenieros Industriales de España que ha funcionado ininterrumpidamente desde su creación. El Real Instituto Industrial de Madrid fué cerrado en 1867; las otras Escuelas creadas a la vez que la de Barcelona cerraron entre 1860 y 1866. De ahí el interés adicional que presenta el estudio de la historia de la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona.

2.1 *El programa de Geometría analítica y Cálculo infinitesimal de Lorenzo Presas (1854)*

En los archivos de la Escuela hemos encontrado un doble folio manuscrito, rubricado por el profesor Lorenzo Presas el 5/7/1854, que contiene el programa de la mencionada asignatura. Está compuesto por 20 lecciones, de las que 13 son de Cálculo Infinitesimal: de estas últimas, 5 están dedicadas a la diferenciación de funciones de una variable, 3 a la aplicación del cálculo diferencial a la teoría de curvas (tangentes, máximos y mínimos) y 5 al Cálculo integral [cálculo de primitivas], incluyendo las aplicaciones geométricas (áreas y volúmenes de revolución).

Las lecciones de Geometría analítica siguen de cerca el texto clásico *Leçons de Géométrie analytique* de Lefebure de Fourcy, mientras que la parte de Cálculo Infinitesimal parece inspirada en el *Curso de Cálculos* de Navier, que había sido traducida en 1850 por Eugenio de la Cámara.

El R.D. de 20/5/1855, que establece el Plan de las Escuelas Industriales, no modifica la enseñanza del Cálculo Infinitesimal. En cambio el R.D. de 18/9/1858, que establece el programa general de los estudios de ingeniería Industrial según lo dispuesto en la Ley Moyano de 1857, altera sustancialmente la estructura de la enseñanza de las matemáticas. La formación matemática del Ingeniero se realiza siguiendo obligatoriamente diversos cursos en la Facultad de Ciencias. Las materias correspondientes al Cálculo Infinitesimal se encuentran en las asignaturas denominadas *Complemento del Álgebra* (4,5 horas por semana) y *Cálculo diferencial e integral*, de

⁵ Acerca de las asignaturas en que se distribuía la enseñanza de las matemáticas en la Ingeniería Industrial, las horas de clase que comprendía cada una, etc., véase LUSA (1982), p. 31, 36-37, 46, 58 y 61.

diferencias y variaciones (9 horas por semana). El R.D. de 14/11/1865 entre otras cosas establece la necesidad de aprobar los exámenes de Ingreso, que constan de diversas asignaturas de matemáticas, entre las cuales se encuentra la llamada *Álgebra superior*, que contiene diversos temas de Cálculo Infinitesimal.

2.2 El programa de *Álgebra superior del ingreso* (R.D.14/11/1865)

De sus 40 lecciones, 14 corresponden a materias propias del cálculo diferencial: clasificación de las funciones, continuidad y límites, derivación, series, desarrollo de Taylor (una o varias variables), máximos y mínimos, formas indeterminadas.

La *Gaceta de Madrid* del 15/9/1867 publica los programas para el ingreso en la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona (única en España en ese momento), que resultan ser idénticos a los que allí habían aparecido dos años antes.

Los R.D. de 9, 22 y 24 de Octubre de 1866, obra del famoso y controvertido ministro de Fomento Manuel de Orovio, cambian la denominación de las escuelas técnicas (pasan a llamarse *Escuelas especiales* en vez de *Escuelas superiores y profesionales*) y suprimen diversas asignaturas matemáticas del Ingreso (que ahora tiene por principal finalidad comprobar el nivel de formación elemental, ya que se elimina la obligatoriedad de ser Bachiller en Artes). Por lo que respecta al Cálculo Infinitesimal, sigue siendo obligatorio cursar en la Facultad de Ciencias el *Complemento del Álgebra* y el *Cálculo diferencial e integral*.

La revolución de Septiembre de 1868 cambia toda la legislación referente a la enseñanza. Ahora todo el bagaje matemático de la carrera vuelve a concentrarse en el Ingreso, que incluye el *Complemento del Álgebra* y el *Cálculo diferencial e integral de diferencias y variaciones*. Para estudiar estas asignaturas los estudiantes podían acudir a la Facultad de Ciencias o a los centros privados dedicados específicamente a la preparación para el ingreso.

En el archivo de la Escuela hemos localizado diversos programas manuscritos de Mariano Capdevila, que fué alumno oficial durante 1875-1880, y que por lo tanto siguió para el Ingreso el plan de estudios de 1868.

2.3 El programa de *Complemento de Álgebra de M. Capdevila*

Este programa contiene varias lecciones que hoy son propias del Cálculo

Infinitesimal: ideas elementales acerca de las cantidades infinitesimales, derivación de funciones, fórmula de Taylor. Las demás lecciones están dedicadas a la teoría de ecuaciones, siguiendo los textos *Lecciones de Álgebra* de Cirodde y *Álgebra* de Sánchez Vidal.

2.4 *El programa de Cálculo diferencial e integral de M. Capdevila*

Este extenso programa consta de 89 lecciones. Las 3 primeras se dedican a las nociones sobre cantidades infinitamente pequeñas; las 27 siguientes se ocupan de la diferenciación de funciones de una y de varias variables, explícitas e implícitas, incluyendo las series de Taylor. Hay luego 4 lecciones bajo el epígrafe "Aplicaciones analíticas", que consisten en desarrollos en serie, formas indeterminadas y máximos y mínimos de una variable. Las 16 siguientes son de "Aplicaciones geométricas", y comprenden los conceptos de tangente, normal, subtangente, subnormal, envolvente, contacto, círculo osculador, puntos de retroceso, curvatura, etc. El cálculo integral comprende 27 lecciones, mayoritariamente dedicadas al cálculo de primitivas, incluyéndose también las aplicaciones al cálculo de áreas y volúmenes, así como las integrales dobles y triples. El programa, que prosigue con 12 lecciones dedicadas a las ecuaciones diferenciales, termina con la titulada "Idea de las ecuaciones diferenciales parciales".

En 1886 vuelve a cambiarse el Plan de Estudios. El R.D. de 29 de Enero de 1886 crea la Escuela General Preparatoria de Ingenieros y Arquitectos, en la que deben adquirir sus conocimientos básicos conjuntamente quienes aspiren a ingresar en las Escuelas especiales de Ingenieros de Caminos, Minas, Montes, Agrónomos, Industriales y Arquitectos. [Naturalmente esta única Escuela estaba en Madrid, con lo cual los jóvenes que aspirasen a titularse en la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona debían forzosamente trasladarse antes a la capital del reino, y permanecer allí estudiando durante por lo menos tres años. Esto originó una airada reacción de las instituciones y de diversos grupos sociales barceloneses, que acabó con el restablecimiento de los estudios preparatorios en la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona, legalizado por el R.D. de 23/9/1890].

Para ingresar en la Escuela General Preparatoria de Ingenieros y Arquitectos hay que superar un examen, que entre otras incluye la asignatura de *Álgebra superior*, que como es habitual en esta época incluye algunas materias de Cálculo Infinitesimal.

2.5 *El programa de Álgebra superior de la Escuela General Preparatoria de Ingenieros y Arquitectos (1886-1892)*

La asignatura está dividida en cuatro grandes secciones: Funciones, Resolución numérica de las ecuaciones, Sustitución lineal y Algoritmo de la forma. La primera contiene los temas de Cálculo Infinitesimal: clasificación de las funciones, continuidad y derivación, llegándose hasta la fórmula de Taylor.

Una vez ingresado en la Escuela General Preparatoria de Ingenieros y Arquitectos, el estudiante debía cursar durante el primer año la asignatura de *Cálculo infinitesimal* (9 horas semanales). En el archivo de la Escuela hemos encontrado un programa manuscrito de esta asignatura, correspondiente por lo tanto a los años en que ya era posible efectuar los estudios preparatorios en Barcelona.

2.6 El programa de Cálculo infinitesimal de la Escuela General Preparatoria de Ingenieros y Arquitectos (1890)

El extenso programa (26 páginas de apretada letra) tiene la estructura siguiente:

1ª parte: Introducción.

- De los números irracionales y de los límites.
- Método infinitesimal.

2ª parte: Cálculo diferencial.

- Teoría de las funciones derivadas y diferenciales (una y varias variables).
- Aplicaciones analíticas del Cálculo diferencial: desarrollos en serie, fórmula de Taylor, máximos y mínimos, cambios de variable.
- Aplicaciones geométricas del Cálculo diferencial: curvas planas y de doble curvatura, superficies.

3ª parte: Cálculo integral.

- Diversos métodos de integración.
- Integrales definidas. Aplicaciones geométricas (rectificación y cuadratura).
- Integrales dobles y triples.
- Ecuaciones diferenciales.
- Diferenciales totales.
- Ecuaciones entre derivadas parciales.
- Diferencias finitas.
- Cálculo de variaciones.

Comparando este programa con el del apartado 2.4 (el que hemos asociado

a M. Capdevila), se puede apreciar que contiene todos los temas del mismo, y además desarrolla varias secciones relativas a las ecuaciones entre derivadas parciales (sólamente insinuadas en el plan de 1868), así como varias lecciones dedicadas a las diferencias finitas y al Cálculo de variaciones que, pese a figurar en el título de la asignatura de 1868, no figuraban en el programa de Capdevila. A destacar el extenso capítulo dedicado al "método de los límites" y al "método infinitesimal", así como la especial atención que se presta a la teoría de "números inconmensurables", que se definen a partir de una serie doble de "números conmensurables".

Según nuestra opinión, este programa está fuertemente inspirado por el texto *Calcul différentiel et intégral* de Serret. La parte relativa a los números conmensurables e inconmensurables parece basada en los textos de Laurent, *Traité d'Algèbre* y *Traité d'Analyse*.

En el verano de 1892 se cierra la Escuela General Preparatoria de Ingenieros y Arquitectos, con lo que se vuelve al Plan de 1868 (lo llamaré Plan 1868 restaurado), que estará vigente hasta la reforma de 1902. De este período 1892-1902 es el programa impreso de *Cálculos diferencial e integral de diferencias y variaciones* que he podido encontrar en el archivo de la Escuela.

2.7 El programa de Cálculos diferencial e integral de diferencias y variaciones del Plan 1868 restaurado

Este programa, que estuvo vigente entre 1892 y 1902, consta de 116 lecciones, minuciosamente detalladas a lo largo de las 24 páginas del folleto. La estructura es muy semejante al programa anterior, aunque ahora aparezcan sólo cinco grandes epígrafes:

1ª parte: Nociones preliminares.

Consta de 4 lecciones dedicadas a la clasificación de las funciones, a la teoría de límites, a los infinitamente pequeños y al "método infinitesimal".

2ª parte: Cálculo diferencial.

Son 54 lecciones que incluyen el Cálculo diferencial y sus aplicaciones, analíticas y geométricas.

3ª parte: Cálculo integral.

Sus 42 lecciones incluyen los métodos de integración, las aplicaciones geométricas, llegando hasta las ecuaciones diferenciales entre derivadas

parciales.

4ª parte: Cálculo de las diferencias.

Las 5 lecciones contienen el cálculo directo y el cálculo inverso, la fórmula de interpolación de Newton y las aplicaciones a series e integrales.

5ª parte: Cálculo de variaciones.

Consta de 11 lecciones.

Aunque el programa es, como se ha dicho, bastante parecido al anterior, merece la pena destacar la presencia de dos lecciones dedicadas a unas materias que aparecen en los programas por primera vez: la lección 58, última del Cálculo diferencial, se refiere a las funciones de variables imaginarias, siguiendo fielmente el texto de Serret. La lección 68, en el Cálculo integral, está dedicada a las funciones elípticas, siguiendo el mismo texto que, como es bien sabido, incluye (en su 4ª edición, de 1894) la famosa *Note sur la théorie des fonctions elliptiques* de Hermite. [La sexta edición del *Traité élémentaire de Calcul différentiel et intégral* de S.F. Lacroix, preparada en 1862 por Hermite y Serret, también contenía esta nota.]

El R.D. de 14/9/1902 vuelve a cambiar el Plan de Estudios. Con esto damos por cerrado el período a estudiar en este trabajo.

3. LOS TEXTOS DE CÁLCULO INFINITESIMAL

En este apartado pasaré revista a los textos de Cálculo Infinitesimal que han sido utilizados en la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona, documentado en diversas fuentes:

a) En la Biblioteca de la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona existe un primer libro donde están relacionadas las obras existentes en el fondo durante los primeros años de funcionamiento de la Escuela.⁶ Está organizado en 45 secciones, de las que 7 corresponden a disciplinas matemáticas. El libro de matemáticas más moderno (me refiero a la fecha de impresión) es de 1885.

Los textos que contienen materias de Cálculo Infinitesimal son los siguientes:

⁶ Lo he llamado siempre "Viejo Libro de Registro", aunque no es propiamente un registro, puesto que no se adjudica un número a cada obra.

En la sección "Cálculo diferencial e integral"(por orden de inscripción):

- J. Vallejo, *Cálculo diferencial e integral*, Mallorca, 1813.
Duhamel, *Eléments de Calcul infinitésimal*, 2 vols., París, 1856.
Fernando García San Pedro, *Cálculo diferencial e integral*, Madrid, 1828.
V.G. Imschenetsky, *Sur l'intégration des équations*, París, 1869.
Euler, *Introduction à l'analyse infinitésimale*, 2 vol, París, 1835.
Navier, *Leçons d'analyse*, 2 vol, París, 1856.
Carnot, *Du calcul infinitésimal*, París, 1860.
Lorenzo Presas, *Cálculo diferencial e integral*, Barcelona, 1851, manuscrito [desaparecido, por ahora].
J.M. Vallejo, *Matemáticas*, 2 vol, Madrid, 1826.
Charles Méray, *Nouveau précis d'analyse infinitésimale*, París, 1872
Simón Archilla, *Principios de Cálculo diferencial*, Barcelona, 1880.
J.L. Boucharlat, *Calcul différentiel et intégral*, París, 1881.
Donnet y Pareja, *Apuntes de álgebra, geometría analítica y cálculo diferencial e integral*, Madrid, 1884.

En la sección de "Álgebra" las obras que contienen materias de Cálculo Infinitesimal son:

- Bourdon, *Álgebra*, trad. A.Gómez Santa María, Madrid, 1847.
Bernardino Sánchez Vidal, *Lecciones de Álgebra*, Madrid, 1864.
P.L.Cirodde, *Lecciones de Álgebra*, trad.Peregrín, Madrid, 1864.
J.Bertrand, *Algèbre*, 10ª edición, París, 1876.

b) El 28 de setiembre de 1851 el rector de la Universidad Literaria de Barcelona, Mariano A. Collado, envía al Director de la Escuela Industrial Barcelonesa una lista que contiene los libros de texto aprobados por la Dirección General de Instrucción Pública para las enseñanzas industriales (R.O. del 16/9/1851).

Para la Aritmética se recomiendan las obras de Fernando Boccherini [director del Real Instituto Industrial], Juan Cortázar, José Oriol y Bernadet, Manuel María de Azofra, Jariez y Bourdon; para el Álgebra las de Cortázar, Oriol y Bernadet, Jariez, Bourdon y Lefebure de Fourcy; para la Geometría el *Curso industrial* de Azofra y los textos de Cortázar, Bergery, Dupin, Vincent y Legendre; para la Trigonometría y Agrimensura las obras de Cortázar, Legendre, Francoeur y Carrillo y Albornoz; para la Geometría analítica el *Ensayo de Geometría analítica* de Biot, la *Aplicación del álgebra a la geometría* de Bourdon, las *Lecciones de geometría analítica* de Lefebure

de Fourcy y el *Análisis aplicado a la geometría* de Leroy.

Para la Geometría analítica y el cálculo superior de la enseñanza de ampliación se recomiendan "las obras citadas antes y además el *Tratado elemental de cálculo diferencial y de cálculo integral* de Lacroix, el *Resumen de las lecciones de geometría analítica* de Navier, el *Tratado elemental de la teoría de las funciones y de cálculo infinitesimal* de Cournot y el *Curso de análisis de la Escuela Politécnica* de Duhamel".

En 1852 vuelven a aconsejarse los mismos textos. En 1853 aparecen recomendadas por primera vez la obra de Acisclo Fernández Vallín *Elementos de Matemáticas* (1^{er} tomo: Aritmética y Álgebra; 2^o tomo: Geometría, Trigonometría y nociones de Topografía). En Cálculo Infinitesimal vuelven a citarse los ya conocidos textos de Navier y de Boucharlat.

c) La *Gaceta de Madrid* publica en alguna ocasión listas de textos (tanto para segunda enseñanza como para universidad y Escuelas de Ingenieros) recomendados por el Ministerio.

Según el R.D. de 15/10/1861, los recomendados para "Cálculos" son:

Navier, *Tratado de Cálculo diferencial e integral*, traducido por Eugenio de la Cámara, Madrid, 1850.

J.L.Boucharlat, *Elementos de Cálculo diferencial e integral*, traducido por Gerónimo del Campo, Madrid, 1830.

Fernando García San Pedro, *Cálculo diferencial e integral*, Madrid, 1828.

También se recomiendan para la asignatura de Álgebra unos textos que contienen Cálculo Infinitesimal:

J.Cortázar, *Complemento del Álgebra*, Madrid, 1858.

Bourdon, *Elementos de Álgebra*, trad. Lope Gisbert, Madrid, 1860.

P.L.Cirodde, *Lecciones de Álgebra*, trad. Bartolomé Peregrín, Madrid, 1857.

En el R.D. de 22/7/1868, que aprueba los programas para los exámenes de Ingreso, se mencionan también los libros recomendados. No figura ningún libro de Cálculo, dado que en ese tiempo dicha asignatura se cursaba después del Ingreso, en la Facultad de Ciencias. pero aparecen los consabidos libros de Álgebra que contienen Cálculo Infinitesimal: los ya citados de Ciudad de y de Sánchez Vidal.

La Gaceta del 31/3/1887 contiene los programas para el Ingreso en la Escuela General Preparatoria de Ingenieros y Arquitectos. Al final de los mismos aparece una lista con 23 "obras que pueden servir de guía para el estudio de las asignaturas de Matemáticas". Algunas de ellas contienen materias de Cálculo Infinitesimal: las ya citadas de Bertrand, Cirotte y Sánchez Vidal, junto con otras nuevas:

Rubini, *Tratado de Álgebra*, trad. Emilio Márquez Villarroel, Sevilla, 1882.
Galdeano [Zoel García de Galdeano], *Tratado de Álgebra*, Madrid, 1883.

d) El programa impreso de *Cálculo diferencial e integral de diferencias y variaciones* que hemos fechado en 1892-1902 contiene al final una relación de libros recomendados: Serret, Sonnet, Duhamel, Boucharlat. El nombre de Duhamel aparece tachado, y encima está escrito a mano el nombre de Archilla. Se trata de los textos ya mencionados de Duhamel, Boucharlat y Archilla, así como de:

J.A. Serret, *Cours de Calcul différentiel et intégral*, París, 1868.

H. Sonnet, *Premiers éléments du Calcul infinitésimal à l'usage des jeunes gens qui se destinent à la carrière d'ingénieur*, París, 1869

e) Finalmente, en la Biblioteca de la Escuela y en la del Seminario Matemático de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona hay otros textos de Cálculo Infinitesimal que podemos considerar que fueron también utilizados por los futuros ingenieros.⁷ Esto lo he podido confirmar tras adquirir en librerías de viejo textos en los que figura el nombre de personas que obtuvieron el título de Ingeniero Industrial. Algunos de estos libros son:

J. Bertrand, *Traité d'Algèbre*, París, 1876.

J. Boussinesq, *Cours d'analyse infinitésimale*, 2 vol, París, 1887.

C. Briot, *Lecciones de Álgebra elemental y superior*, Madrid, 1880.

J. Carnoy, *Cours d'Algèbre supérieure*, París, 1892.

L. Clariana, *Resumen de las lecciones de Cálculo diferencial e integral*, Barcelona, 1885. [Clariana fue también profesor de la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona].

⁷ Me refiero sólo a los libros de texto más inmediatos, es decir, no incluyo libros relativamente especializados del tipo, por ejemplo, de las obras dedicadas a las funciones elípticas, que abundan en las bibliotecas citadas [En la de la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona las de HALPHEN (1886), APPELL-LACOUR (1897), GREENHILL (1895)...].

- L. Clariana, *Complemento a los elementos de Cálculos*, Barcelona, 1892.
 L. Clariana, *Conceptos fundamentales de Análisis matemático*, Barcelona, s.a.
 F. Frenet, *Recueil d'exercices sur le Calcul infinitésimal*, París, 1891.
 C. Hermite, *Cours d'Analyse de l'Ecole Polytechnique*, París, 1873.
 J. Hoüel, *Cours de Calcul infinitésimal*, 4 vol, París, 1878. [El ejemplar que figura en la Biblioteca del Seminario Matemático lleva el sello personal de Lauro Clariana].
 H. Laurent, *Traité d'Analyse*, 7 vol, París, 1885.[Sello de Clariana]
 H. Laurent, *Traité d'Algèbre*, 4 vol, París, 1887.
 A. Legendre, *Exercices de Calcul intégral*, 3 vol, París, 1811-17.
 M. Marzal, *Resumen de las lecciones de Análisis matemático explicadas en la Universidad de Barcelona*, Barcelona, 1900.
 C. Méray, *Leçons nouvelles sur l'Analyse infinitésimale et ses applications géométriques*, 4 vol, París, 1894.
 E. Rouché, L.Lévy, *Analyse infinitésimale à l'usage des ingénieurs*, 2 vol, París, 1900.
 R. Rubini, *Elementi di Calcolo infinitesimale*, Napoli, 1875.
 R. Rubini, *Complemento al Calcolo infinitesimale*, Napoli, 1880.
 J.A. Serret, *Cours d'Algèbre supérieure*, 2 vol, París, 1885.
 A. Souchon, *Eléments de Calcul différentiel et de Calcul intégral*, 2 vol, París, 1870.
 C. Sturm, *Cours d'Analyse de l'Ecole Polytechnique*, 2 vol, París, 1880.
 F. Tisserand, *Recueil complémentaire d'exercices sur le Calcul infinitésimal*, París, 1877.
 J.M. Villafañe, *Tratado de Análisis matemático*, 3 vol, Barcelona, 1898.

4. LOS FUNDAMENTOS DEL CÁLCULO INFINITESIMAL. ARCHILLA Y CLARIANA

El período considerado es de una enorme riqueza en lo que se refiere al progreso de los fundamentos del Cálculo Infinitesimal. El proceso abierto por Bolzano y Cauchy durante las primeras décadas del siglo prosigue en varias direcciones: generalización del concepto de función (trabajos de Dirichlet y Riemann en series de Fourier), definición aritmética ("aritmización del Análisis") de los conceptos de continuidad y límite, construcción de los números reales (Méray, Weierstrass, Cantor, Dedekind), evolución del concepto de integral (Riemann, Stieltjes, Lebesgue)...⁸

⁸ Acerca del Cálculo Infinitesimal en el siglo XIX véanse BOYER (1959), EDWARDS (1979), GRATTANN-GUINNESS (1984), HAWKINS (1979) y YOUSCHKEVITCH (1976).

En España, sacudida durante esta media centuria por innumerables alteraciones políticas que dificultan la creación y la consolidación de instituciones educativas y científicas, los resultados y las inquietudes teóricas llegan con enorme retraso a una incipiente comunidad científica escasamente vertebrada.⁹

En lo que se refiere a los primeros pasos del Cálculo Infinitesimal, en el siglo XVIII, disponemos, gracias a N. Cuesta Dutari,¹⁰ de un valioso estudio acerca de su introducción en España. Pero no tenemos tanta suerte en cuanto a su desarrollo específico durante el siglo XIX. Durante mucho tiempo se han aceptado, más por argumento de autoridad que por otra cosa, las afirmaciones que efectúa Rey Pastor en su famoso discurso de 1915.¹¹ Hoy, gracias a los trabajos de los historiadores de la matemática contemporáneos sabemos que ese discurso está plagado de inexactitudes.

Una importante fuente secundaria acerca del tema que nos ocupa podría haber sido *L'enseignement des Mathématiques en Espagne*, informe presentado por Cecilio Jiménez Rueda (delegado en España de la Comisión Internacional de *l'Enseignement Mathématique*) al Congreso Internacional de Matemáticos de Cambridge en 1912, formado por nueve artículos que en su conjunto presentan la historia y la situación en 1912 de las matemáticas en los diversos centros de enseñanza (universitaria y técnica) del país. Desgraciadamente para quien hoy se interesa especialmente por la historia del Cálculo Infinitesimal, no hubo mucha suerte con las personas elegidas para redactar los artículos monográficos correspondientes. Unos, que eran probablemente los más adecuados para responder al requerimiento, incurrieron en bastantes inexactitudes de carácter histórico, fácilmente comprobables tras el estudio de las fuentes primarias, y que son difícilmente justificables en personas tan capaces y tan próximas al período considerado. Otros nos asombran por su inclusión en un informe de estas características. ¿Cómo es posible que para estudiar las Matemáticas en la Ingeniería Industrial se recurra a los profesores de la Escuela de Madrid (cerrada entre 1867 y 1901) y no a los de la Escuela de Barcelona, que era la única que funcionaba

⁹ Acerca de las ciencias, y en especial de las matemáticas, en España durante el s. XIX véanse GARMA; PESET; PÉREZ GARZON (1978), GARMA (1990), ROCA; SANCHEZ RON (1990).

¹⁰ CUESTA DUTARI (1985).

¹¹ Discurso pronunciado en el Congreso de Valladolid de la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias en 1915.

ininterrumpidamente desde su creación en 1851?

Sin embargo, en la comunidad científica y técnica del país existió un interés notable acerca de los fundamentos del Cálculo Infinitesimal. En otro trabajo¹² he puesto de manifiesto la atención que los ingenieros dispensaron, en sus publicaciones de amplia difusión, como la *Gaceta Industrial* o *El Porvenir de la Industria*, a problemas teóricos como la cuadratura del círculo o la trisección del ángulo. Por supuesto, los matemáticos que trabajaron en Barcelona durante la segunda mitad del siglo XIX se ocuparon en muchas ocasiones de problemas de fundamentos, sobre todo de los fundamentos de la geometría, estimulados sin duda por la llegada de las geometrías no euclídeas.¹³ Pero algunos de ellos -principalmente Archilla y Clariana- también se interesaron por el Cálculo Infinitesimal.

Simón Archilla y Espejo (1836-1890) fue catedrático de Cálculo diferencial e integral en la Universidad de Barcelona, pasando después a la Universidad Central (Madrid). En 1888 ingresó en la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Su discurso de ingreso¹⁴ versó precisamente sobre los fundamentos del Análisis, siguiendo el rastro de la idea de infinito, desde Arquímedes a Weierstrass. Archilla reconoce a Cauchy como creador de la nueva y definitiva doctrina infinitesimal, y a Duhamel como el impulsor principal, a través de sus obras de texto.¹⁵

Las ideas de Archilla acerca de los fundamentos del Cálculo Infinitesimal

¹² LUSA (1994a).

¹³ Véase VIÑAS (1987).

¹⁴ Leído el 10 de junio de 1888. La respuesta, a cargo de Gumersindo de Vicuña, constituye una breve historia del Cálculo infinitesimal en España. Cuesta Dutari reconoce que en este texto de Vicuña aparecen las primeras referencias conocidas a Francisco de la Torre Argáiz, el primer español de quien está documentado el conocimiento del Cálculo infinitesimal (CUESTA (1985), p.119).

¹⁵ Las obras fundamentales de Cauchy en el campo del Cálculo infinitesimal -*Cours d'Analyse* (1821), *Résumé des leçons sur le Calcul infinitésimal* (1822), *Leçons sur le Calcul différentiel* (1829)- no se encuentran catalogadas en la biblioteca de la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona, ni en la del Seminario Matemático de la Universidad de Barcelona. En cambio sí que aparecen en ambas bibliotecas las obras de Duhamel.

aparecen recogidas en su obra *Principios fundamentales del Cálculo diferencial*.¹⁶ Su breve preámbulo nos permite conocer la trayectoria de las nuevas ideas: la doctrina fue propuesta por Cauchy y desarrollada posteriormente por Duhamel en su obra más difundida, *Éléments de Calcul infinitésimal* (1856). Años más tarde la teoría es puesta al día por el *Cours de Calcul infinitésimal* de Hoüel (1878), de cuyo prefacio extrae Archilla el lema con el que encabeza su obra: "Sólo hay un método riguroso de exponer el Cálculo infinitesimal; es el método de los *infinitamente pequeños* o de los *límites*, el método de Cauchy y de Duhamel...". La obra de Archilla influyó notablemente en quien le sucedió en la cátedra.

Lauro Clariana y Ricart (1842-1916), ingeniero industrial y doctor en ciencias, fue catedrático de Cálculos en la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona y en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona. En su extensa obra¹⁷ existen varios trabajos en los que se ocupa de los principios del Cálculo Infinitesimal. La que refleja de manera más completa su pensamiento acerca de los fundamentos es, probablemente, su discurso de entrada en la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona (leído el 9/3/1884), titulado "Varias consideraciones filosófico-matemáticas con relación a la idea de los entes infinitos".

Comienza nuestro autor examinando las tres escuelas filosóficas que se han ocupado de la Matemática, rechazando al positivismo "porque concede demasiada preponderancia al momento empírico y porque conduce al materialismo", y condenando al krausismo "porque en él predomina el momento abstractivo", lo cual según Clariana conduce al idealismo. "Sólo el escolasticismo puede satisfacer cumplidamente las altas y nobles aspiraciones de nuestro espíritu, ya que es la única escuela que atiende y concilia los tres momentos de las investigaciones filosóficas: el empírico, el abstractivo y el deductivo". Y tras esta declaración de principios, Clariana pasa a ocuparse de los elementos fundamentales de la Matemática, a saber, la noción de ser (que incluye las ideas de tiempo y las de los entes infinitos) y la de extensión.

El espacio no debe representarse infinito, sino *indefinido*, palabra que indica

¹⁶ Establecimiento Tipográfico de los sucesores de N. Ramírez, Barcelona, 1880.

¹⁷ La bibliografía más completa, hasta la fecha, de Clariana Ricart, elaborada por su biznieto Lauro Clariana Clarós, contiene referencias a 91 trabajos. Véase CLARIANA CLAROS (1993).

impotencia para encontrar límites. Más difícil le parece a Clariana definir el tiempo, pues habitualmente se incurre en círculo vicioso al vincularlo al concepto de sucesión.

El infinito se divide en actual (o categoremático) y potencial (o sincategoremático), correspondiente este último a lo indefinido, que puede aumentar o multiplicarse sin llegar nunca a un límite actual. El escolasticismo admite la posibilidad de un infinito creado o existente fuera de Dios, en el sentido de infinito potencial. Pero "no falta quien admite la posibilidad de la existencia del infinito actual en orden a la extensión y al número: la escuela de Krause. Más esto es imposible, como lo demuestra el Angel de las escuelas. Doctrina funesta, por extender la esencia de Dios, o sea el infinito actual, a todas las cosas de la naturaleza".

El infinito matemático no es más que el infinito en potencia de los escolásticos, afirma rotundamente Clariana. Así puede interpretarse adecuadamente "lo que impropriamente se viene llamando infinitos de diferentes órdenes". La idea de infinito matemático debe resolverse en la idea de variabilidad. Para evitar anomalías y confusiones "sería de desear que en vez de la palabra infinito se introdujera la de cantidad indeterminada o ilimitadamente grande. También habría que modificar el algoritmo, a fin de que desapareciera la noción de límite: el signo ∞ debería sustituirse por una I, inicial de cantidad ilimitada, y los diferentes órdenes ∞^2 , ∞^3 ... ser sustituidos por las expresiones ${}_2I$, ${}_3I$... Podrían expresarse los infinitamente pequeños sin necesidad de hacerlos dependientes de los infinitamente grandes, con tal de conservar la idea de indeterminación, fuera de todo *quantum*. Ignorar los límites de estos *indefinidamente pequeños* no es negarlos, sino establecer que su carácter distintivo es la indeterminación. Al perder el *quantum* queda la idea de extensión indefinidamente pequeña, sin límites asignables. También habrá que modificar el algoritmo, designando a este indefinidamente pequeño por i , y de modo análogo podría procederse para manejar los diversos órdenes de infinitésimos.

En cuanto a la discusión, aún no apagada, acerca de la Metafísica del Cálculo, Clariana pasa revista a las posiciones de Comte, D'Alembert, Fleury, Lagrange, Carnot, Freycinet... y acaba por volverse hacia la diferencial de Leibnitz, "reflejo de la naturaleza en la esfera purísima del espacio y del tiempo, paso continuo de la nada a la finitud, que condensa todos los diferentes métodos que se han ido sucediendo bajo los nombres de *los indivisibles*, *de las primeras y últimas razones*, *de los límites*, *de las fluxiones*, etc."

Clariana fue, sin ninguna duda, la figura más importante de la Barcelona finisecular en el campo del Análisis superior. Sus numerosos trabajos, especialmente

aquellos en que pasa revista al estado de la Matemática en su siglo,¹⁸ ponen de manifiesto su amplio conocimiento de las principales líneas de desarrollo de la Matemática contemporánea, aún cuando sus principios matemático-filosóficos le empujan a oponerse a las ideas que se revelarán más fecundas.¹⁹ Un episodio muy poco conocido, que pasamos a examinar, revela la fragilidad o insuficiencia de los lazos existentes entre los matemáticos españoles y la comunidad internacional.

El 21 de enero de 1885 lee Clariana en la Academia de Barcelona su memoria: "Impugnación a la cuadratura del círculo resuelta por D. Leoncio Agües", respuesta al folleto *Relación del diámetro a la circunferencia*, enviado por Agües a las Academias de Madrid, París, Berlín, etc. Clariana, tras poner de manifiesto los errores y barbaridades que aparecen en la pretendida demostración, condena lo que a su juicio constituye la mayor afrenta: que Agües haya desdeñado someter su obra a la consideración de la Academia de Barcelona, enviándola sin embargo a la de Madrid y a otras extranjeras.

Por cierto que la respuesta de Madrid a Agües es digna de ser reproducida: "Esta Real Academia ha examinado los trabajos de Vd., referentes a la cuadratura del círculo; y aunque reconoce y admira la laboriosidad empleada por Vd. en la resolución de tan difícil problema, de ningún modo cree que Vd. lo haya resuelto todavía; ni esté, a juzgar por los resultados publicados, demasiado cerca de resolverla". Esta respuesta es coherente con el informe aprobado por esa Academia el 30/1/1884 (elaborado por Eduardo Saavedra), por el que esa institución declara "no poder tomar decisión alguna que aparte la turba de cuadradores de círculo, teniendo que resignarse por ahora a examinar con paciencia cuantas singularidades se les ocurra presentar, limitándose a rechazar con una sola palabra aquellas que pretendan resolver el problema con un número racional o con una sola raíz cuadrada, así como las que conduzcan a valores definitivos menos aproximados que el conocido, y con tanta solidez y tantas garantías de exactitud ya calculado". Como he explicado en otro

¹⁸ Por ejemplo, *Desarrollo de la Matemática pura en los tiempos modernos* (1894) o *Breve estudio crítico acerca de la Matemática en el siglo XIX* (1899).

¹⁹ Se opone radicalmente a la consideración del infinito actual (y por lo tanto a lo que será la matemática *cantoriana*) y a algunas consecuencias derivadas de la aparición de las geometrías no euclídeas.

lugar,²⁰ unos meses después el catedrático de Matemáticas del Instituto de Alicante, Faustino Pérez Ortiz, advirtió a Saavedra que la demostración definitiva se hallaba en las notas de la 5ª edición de la *Geometría elemental*, de Rouché y Comberousse, publicada en 1883.

Clariana tampoco conoce en enero de 1885 la demostración definitiva de la irresolubilidad, ni la de Lindemann ni la de Rouché. Por ello su "ardiente protesta contra el trabajo del Sr. Agües" tiene que limitarse a anhelar que se pueda revestir a las Academias "de cierta inmunidad para esta clase de trabajos, prohibiendo de manera terminante que persona alguna sin título que garantizara su saber se permitiera el dar a luz ningún libro ni mucho menos atreverse a remitir a las Academias extranjeras cualquier trabajo sin el dictamen favorable de las respectivas Academias españolas".

BIBLIOGRAFIA

BOYER, C.B. (1959) *The History of the Calculus and its Conceptual Development*. Dover, New York.

CLARIANA CLAROS, L. (1993) "Bibliografía del matemático Lauro Clariana Ricart", en *II Trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica als Països Catalans*. Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica, en prensa.

CUESTA DUTARI, N. (1985) *Historia de la invención del Análisis infinitesimal y de su introducción en España*. Ed. Universidad de Salamanca, Salamanca.

EDWARDS, C.H. (1979) *The Historical Development of the Calculus*. Springer, New York.

GARMA, S. (1990) "Las matemáticas en España en la primera mitad del s. XX", en *XV Jornadas Luso-Españolas de Matemáticas*. Evora, vol. VI, pp. 6-65.

GARMA, S.; PÉREZ GARZON, J.S.; PESET, J.L. (1978) *Ciencias y enseñanza en la revolución burguesa*. Siglo XXI, Madrid.

GRATTAN-GUINNES, I. (1980) *From the Calculus to Set Theory, 1630-1910. An Introductory History*. Versión española de M. Martínez (1984), *Del cálculo a la teoría*

²⁰ LUSA (1994a).

de conjuntos, 1630-1910. Una introducción histórica. Alianza, Madrid.

HAWKINS, T. (1979) *Lebesgue's Theory of Integration.* Chelsea, New York.

JIMÉNEZ RUEDA, C. (1912) *L'enseignement des Mathématiques en Espagne.* Tip. de la Rev. de Arch., Bibl. y Museos, Madrid.

LUSA, G. (1975) *Las Matemáticas y la Ingeniería Industrial 1850-1975.* Tesis doctoral. Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.

---- (1982) *Evolución histórica de la enseñanza de las Matemáticas en las Escuelas Técnicas Superiores de Ingenieros Industriales.* Universidad de Santiago, Reunión de Departamentos de Matemáticas de Escuelas Técnicas Superiores de Ingenieros Industriales.

---- (1985) "Las Matemáticas en la Ingeniería: la obra de Rey Pastor", en ESPAÑOL, L. (ed.) *Actas I Simposio sobre Julio Rey Pastor.* Colegio Universitario de la Rioja, Logroño, pp. 205-219.

---- (1987) "El debate acerca de las Matemáticas en la Ingeniería: aportaciones de E.Terradas", en ROCA, A.; LUSA, G. (ed.) *Cinquanta anys de ciència i tècnica a Catalunya.* Barcelona, Institut d'Estudis Catalans, pp. 43-58.

---- (1994a) "Contra los titanes de la rutina. La cuestión de la formación matemática de los Ingenieros Industriales (Barcelona, 1851-1910)", en GARMA, S.; FLAMENT, D.; NAVARRO, V. (eds) *Contra los titanes de la rutina.* Comunidad de Madrid/CSIC, Madrid, pp. 335-365.

---- (1994b) "Industrialización y educación: los Ingenieros Industriales (Barcelona, 1851-1886)", en ENRICH, R. *et al* (1994) *Tècnica i Societat en el Món Contemporani.* Museu d'Història de Sabadell, Sabadell, pp. 61-80.

ROCA, A.; SANCHEZ RON, J.M. (1990) *Esteban Terradas. Ciencia y técnica en la España contemporánea.* Inta/Serbal, Barcelona.

VIÑAS, J. (1987) "El zero i l'infinit: la geometria a Barcelona al tombant de segle", en ROCA, A.; LUSA, G. (ed.) *Cinquanta anys de ciència i tècnica a Catalunya.* Institut d'Estudis Catalans, Barcelona, pp. 135-148.

GUILLERMO LUSA MONFORTE

YOUSCHKEVITCH, A.P. (1976) "The concept of function up to the middle of the 19th century", *Archives for History of Exact Sciences* , vol. 16, pp. 37-85.